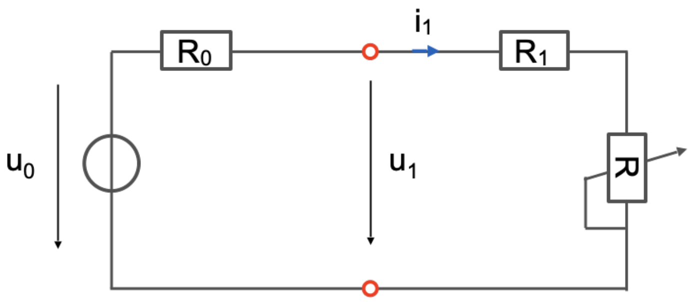
Aufgabe 1: Widerstandsnetzwerk (24 Punkte)

Eine Stromquelle mit Kurzschlussstrom i_0 und Leitwert G_0 ist an zwei Lastwiderstände R_1 und R angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Hierbei ist R variabel. Gegeben sind i_0, G_0 und R_1.



Frage 1.1 (4 Punkte): Skizzieren Sie qualitativ $u_1(R)$ und $i_1(R)$, d.h. Klemmenspannung und Klemmenstrom in Abhängigkeit von R. Variieren Sie hierbei R im Bereich R = 0 bis $R \to \infty$.

Lösung: Zur Vereinfachung der Schreibweise sein $G_1 = 1/R_1$.

Es ergeben sich: (1) R = 0: $u_1(R = 0) = i_0 /(G_0+G_1)$ und $i_1(R = 0) = u_1 G_1 = i_0 \; G_1 / (G_0 + G_1)$.

(2) $R \to \infty$: Leerlauf: $u_1(R \to \infty) = i_0/G_0$; Dieser Wert ist größer als $u_1(R = 0)$. $i_1(R \to \infty) = 0$.

Frage 1.2 (4 Punkte): Wie groß mus R gewählt werden, damit die Stromquelle ihre maximale Leistung abgibt? Wie groß ist die abgegebene Leistung in diesem Fall? Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Lösung: (1) Last und Innenleitwert müssen gleich sein, also $(R_1 + R) = 1/G_0$. Sofern $R_1 < 1/G_0$ ist, lässt sich diese Bedingung durch Einstellen an R erfüllen. (2) Die abgegebene Leistung entspricht dann der halben Leistung der Quelle, d.h. $P_2= i_0^2/(4G_0)$. (3) Der Wirkungsgrad beträgt dann 50%.

Frage 1.3 (4 Punkte): Wie groß mus R gewählt werden, damit der Wirkungsgrad maximal wird? Wie groß ist die an der Klemme umgesetzte Leistung in diesem Fall?

Lösung: (1) Um den Wirkungsgrad einer Stromquelle zu maximieren, darf möglichst wenig Leistung am Innenleitwert umgesetzt werden. Das ist beim Kurzschluss der Stromquelle der Fall. Die Last (R_1 + R) muss also möglichst klein sein. Der kleinste durch R einstellbare Wert ist R_1 (für R=0).

(2) Für R=0 an der Klemme umgesetzte Leistung: siehe Strom und Spannung aus Frage 1.1:

$P_1 = u_1 i_1 = i_0^2 \, G_1 / (G_0 + G_1)^2$.

Frage 1.4 (4 Punkte): Berechnen Sie $u_1(R)$ und $i_1(R)$ in Abhängigkeit von R. Gegeben sind u_0, R_0 und R_1. Hinweis: Zur Vereinfachung der Schreibweise verwenden Sie das Kürzel $G'_1 = 1/(R_1 + R)$.

Lösung: Zur Vereinfachung der Schreibweise sei $G'_1 = 1/(R_1 + R)$. Es gelten hiermit (siehe Frage 1.1):

(1) $u_1(R) = i_0 /(G_0+G'_1) = \; i_0 /(G_0+ 1/(R_1 + R))$

(2) $i_1(R) = u_1 G'_1 = i_0 \; G'_1 / (G_0 + G'_1) = i_0 / (G_0/G'_1 + 1) = i_0 / (G_0 (R_1 + R) + 1)$.

Frage 1.5 (4 Punkte): Berechnen Sie die Leistung an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von R.

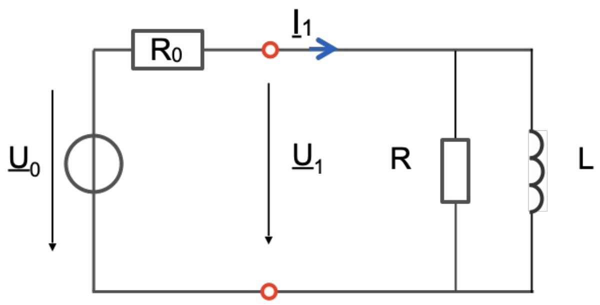
Lösung: $P_1 = u_1 i_1 = i_0^2 \, G'_1 / (G_0 + G'_1)^2$ mit $G'_1 = 1/(R_1 + R)$.

Frage 1.6 (4 Punkte): Berechnen Sie den Wirkungsgrad in Abhängigkeit von R.

Lösung: $\eta = P_1/ P_0$; Die Leistung insgesamt beträgt $P_0 = u_1 i_0 = i_0^2 /(G_0+G'_1)$. Somit ergibt sich als Wirkungsgrad: $\eta = G'_1 / (G_0 + G'_1)$ mit $G'_1 = 1/(R_1 + R)$. Durch Einsetzen erhält man $\eta = 1 / ((R_1+R) G_0 + 1)$.

Aufgabe 2: Ohmsch-induktive Last (16 Punkte)

Folgende Schaltung zeigt eine Last mit ohmschen Anteil (R) und induktivem Anteil (L) an einer Quelle mit Leerlaufspannung $\underline{U}_0$ und Innenwiderstand R_0.



Frage 2.1 (2 Punkte): Berechnen Sie die Admittanz $\underline{Y}_1 = \underline{I}_1/\underline{U}_1$.

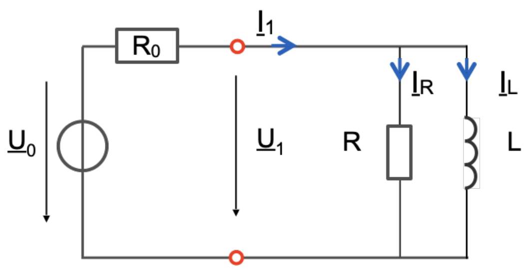
Lösung: $\underline{Y}_1 = 1/R + 1/j\omega L = 1/R - j/\omega L$

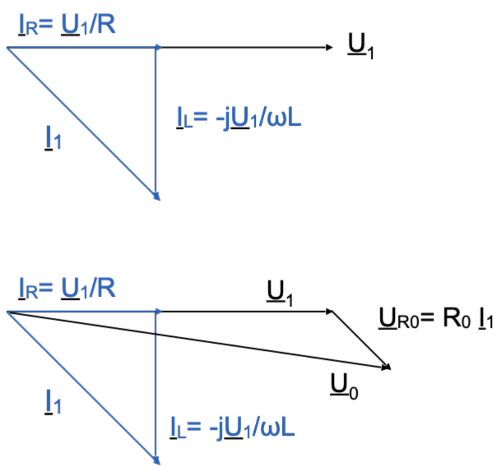
Frage 2.2 (2 Punkte): Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für $\underline{U}_1$ und $\underline{I}_1$.

Lösung: $\underline{Y}_1\ \underline{U}_1 = \underline{I}_1$. In Parallelschaltung beginnt man mit dem Spannungspfeil $\underline{U}_1$ und fügt dann die Ströme hinzu, siehe Abbildung unter Frage 2.3.

Frage 2.3 (2 Punkte): Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für alle Ströme und Spannungen der Schaltung. Hinweis: Verwenden Sie das Ergebnis von Frage 2.2.

Lösung: Das Diagramm aus Frage 2.2 wird um den Spannungsabfall über R_0 ergänzt, wie in folgender Abbildung gezeigt.





Frage 2.4 (4 Punkte): Berechnen Sie Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie die Effektivwerte der Spannungen und Ströme.

Lösung: (1) $\underline{S}_1 = \underline{U}_1\ \underline{I}_1^* = \underline{U}_1\ \underline{U}_1^*\ \underline{Y}_1^* = U_1^2\ (1/R + j/\omega L) = P + jQ$

(2) Wirkleistung: $P = U_1^2/R$;

(3) Blindleistung: $Q = U_1^2/\omega L$

Den Betrag U_1 von $\underline{U}_1$ erhält man aus dem Spannungsteiler $\underline{U}_1 = \underline{U}_0\ \underline{Z}_1/(R_0 + \underline{Z}_1)$.= $\underline{U}_0\ 1/(1 + R_0 \underline{Y}_1) = \underline{U}_0\ /(1 + R_0/R - j\ R_0/\omega L)$.

Frage 2.5 (2 Punkte): Berechnen Sie den Leistungsfaktor cos(ϕ) an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie hierzu das Zeigerdiagramm aus Frage 2.2.

Lösung: Es gilt $\tan(\varphi) = R/\omega L$. Hieraus folgen φ und somit $\cos(\varphi)$. Hinweis: Der Winkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ zeigt als Phasendifferenz vom Strom zur Spannung.

Frage 2.6 (4 Punkte): Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ und den Klemmenstrom $\underline{I}_1$? Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Wirkleistung an der Klemme? Hinweis: Schätzen Sie den Einfluss zunächst mit Hilfe der extremen Fälle $L = 0$ und $L \rightarrow \infty$ ab. Betrachten Sie außerdem als Näherung $R_0 << R$.

Lösung: siehe Admittanz aus Frage 2.1 bzw. Zeigerdiagramm zu Frage 2.3.

Extreme Fälle:

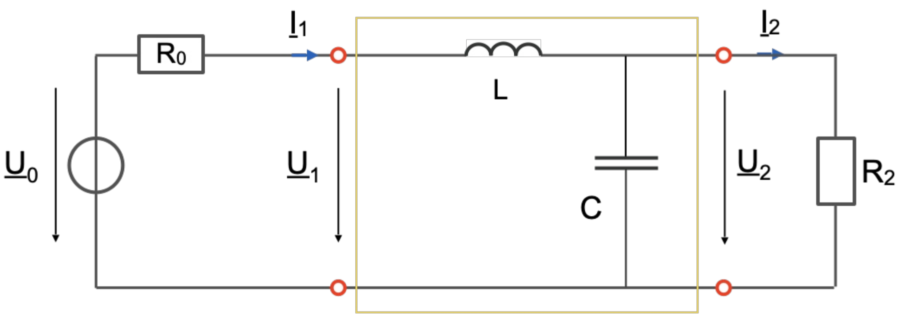
(1) $L = 0$: Kurzschluss, $U_1 = 0$, $\underline{I}_1 = \underline{U}_0/R_0$. Keine Wirkleistung an der Klemme (P=0).

(2) $L \rightarrow \infty$: Einfache Serienschaltung aus R_0 und R. $\underline{U}_1 = \underline{U}_0(R/R_0+R)$, $\underline{I}_1 = \underline{U}_0/(R_0+R)$. $P = U_0^2\, R/(R_0+R)^2$.

Näherung $R_0 << R$: Die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ kann unmittelbar durch $\underline{U}_0$ ersetzt werden.

Aufgabe 3: Zweitor (24 Punkte)

Folgende Abbildung zeigt ein LC-Glied, das zwischen den Klemmen der Quelle $\underline{U}_0$ mit Innenwiderstand R_0 und dem Lastwiderstand R_2 betrieben wird. Gegeben sind $\underline{U}_0$, R_0, R_2, sowie L und C.



Frage 3.1 (4 Punkte): Berechnen Sie die Spannung $\underline{U}_2$ in Abhängigkeit von $\underline{U}_1$. Hinweis: Betrachten Sie L und C als hierzu als komplexe Impedanzen (bzw. Admittanzen).

Lösung: (1) C // R_2 => $\underline{Y}_2 = 1/R_2 + j\omega C$; $\underline{Z}_2 = 1/\underline{Y}_2$;

(2) Spannungsteiler: $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \{\underline{Z}_2 / (j\omega L + \underline{Z}_2)\}$;

$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \{1/ (1 + j\omega L/R_2 - \omega^2 LC)\}$;

Frage 3.2 (4 Punkte): Plausibilität. Überprüfen Sie Ihre Berechnung auf Plausibilität, indem Sie für L bzw. für C die extremen Fälle $L = 0$ und $L \rightarrow \infty$ bzw. $C = 0$ und $C \rightarrow \infty$ annehmen.

Lösung: (1) $L = 0$: $\underline{U}_2 = \underline{U}_1$; kein Spannungsabfall an der Längsimpedanz möglich (unabhängig von C);

(2) $L \rightarrow \infty$: $\underline{U}_2 = 0$; kein Stromfluss möglich (unabhängig von C);

(3) für endliche Werte $L \neq 0$: $C = 0$: $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \{1/ (1 + j\omega L/R2\}$; Spannungsteiler über der Impedanz R_2 zu $(R_2 + j\omega L)$;

(3) für endliche Werte $L \neq 0$: $C \rightarrow \infty$: $\underline{U}_2 = 0$; Kurzschluss durch C;

Frage 3.3 (4 Punkte): Übertragungsfunktion. Das Verhältnis der Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ zur Eingangsspannung $\underline{U}_1$ wird als komplexe Übertragungsfunktion des Zweitors definiert. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G} = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$. Welchen Wert besitzt die Übertragungsfunktion bei der Frequenz $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$? Wovon hängt dieser Wert bei gegebenem L und gegebenen C ab?

Lösung: (1) $\underline{G} = \underline{U}_2 / \underline{U}_1 = 1/(1 + j\omega L/R_2 - \omega^2 LC)$;

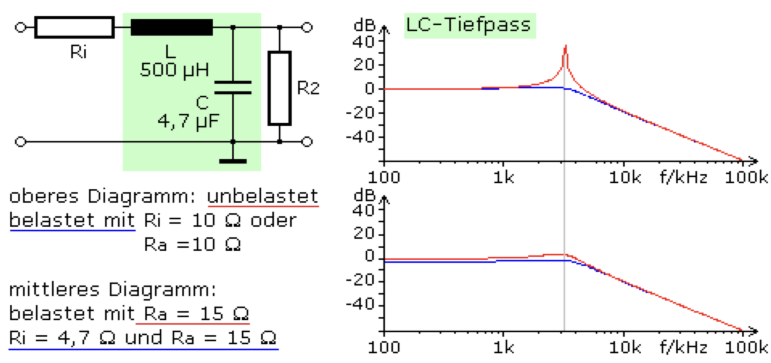
(2) für $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$: $\underline{G}(\omega_r) = \underline{U}_2 / \underline{U}_1 = R_2 / j\omega_r L$; bei gegebenem L abhängig von der Impedanz R_2.

Frage 3.4 (4 Punkte): Vereinfachte Übertragungsfunktion. Es sei angenommen, dass der Lastwiderstand $R_2 >> \omega L$ ist (d.h. an Klemme 2 ist eine hochohmige Schaltung angeschlossen). Welche Vereinfachung ergibt sich hierdurch für die Übertragungsfunktion?

Lösung: $\underline{G} = 1/(1 - \omega^2 LC)$;

Frage 3.5 (4 Punkte): Frequenzabhängigkeit der vereinfachten Übertragungsfunktion. Die Übertragungsfunktion ist abhängig von der Frequenz, mit der die Schaltung betrieben wird. Stellen Sie die Abhängigkeit der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$ in Abhängigkeit der Frequenz nach Betrag und Phase dar. Wie lässt sich das Verhalten abhängig von der Frequenz charakterisieren? Hinweis: Verwenden Sie die vereinfachte Übertragungsfunktion ($R_2 >> R$). Überprüfen Sie Ihr Ergebnis auf Plausibilität mit Hilfe der Spezialfälle $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$. Eine qualitative Skizze genügt.

Lösung:



Quelle: http://elektroniktutor.de/analogtechnik/filter.html

Phasengang: Bis zum Resonanzpunkt = 0 (in Phase). Im Resonanzpunkt springt die Phase auf -180 Grad (wegen Vorzeichenwechsel im Nenner).

Rolle der Lastimpedanz R_2: Dämpfung im Resonanzpunkt.

Frage 3.6 (4 Punkte): Abhängigkeit des Frequenzganges von L und C, sowie von R_2. Welche Rolle spielen die Werte von L und C im Frequenzgang der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$? Welche Rolle spielt die Lastimpedanz R_2 im Frequenzgang? Hinweis: verwenden Sie für Ihre Argumentation sowohl die vereinfachte Übertragungsfunktion, als auch die Übertragungsfunktion ohne die Vereinfachung.

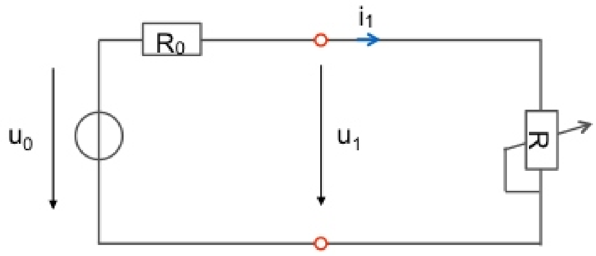
Lösung: (1) Durch L und C wird die Resonanzfrequenz $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$ festgelegt. Bis zu dieser Frequenz verläuft die Übertragungsfunktion eben (ggf. mit einer Überhöhung um den Resonanzpunkt).

(2) Ab dieser Frequenz fällt der Frequenzgang, es erfolgt eine Dämpfung. In diesem Sinne stellt die Resonanzfrequenz eine Grenzfrequenz dar.

(3) Durch die Lastimpedanz R_2 wird der Resonanzpunkt bedämpft (siehe Frage 3.3).

Aufgabe 4: Widerstandsnetzwerk (24 Punkte)

Eine Spannungsquelle mit Spannung u_0 und Innenwiderstand R_0 ist an den variablen Lastwiderstände R angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Gegeben sind u_0 und R_0.



Frage 4.1 (4 Punkte): Skizzieren Sie qualitativ $u_1(R)$ und $i_1(R)$, d.h. Klemmenspannung und Klemmenstrom in Abhängigkeit von R. Variieren Sie hierbei R im Bereich R = 0 bis $R \rightarrow \infty$.

Lösung: Es ergeben sich: (1) $R \rightarrow \infty$ (Leerkauf):, $u_1 = u_0$ und $i_1 = 0$.

(2) R = 0 (Kurzschluss): $i_1 = u_0/R_0$; $u_1 = 0$;

Frage 4.2 (4 Punkte): Wie groß mus R gewählt werden, damit die Spannungsquelle ihre maximale Leistung abgibt? Wie groß ist die abgegebene Leistung in diesem Fall? Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Lösung: (1) Last und Innenwiderstand müssen gleich sein, also $R_0 = R$. Diese Bedingung lässt sich durch Einstellen an R erfüllen. (2) Die abgegebene Leistung entspricht dann der halben Leistung der Quelle, d.h. $P_2 = u_0^2/(4R_0)$. (3) Der Wirkungsgrad beträgt dann 50%.

Frage 4.3 (4 Punkte): Wie groß mus R gewählt werden, damit der Wirkungsgrad maximal wird? Wie groß ist die an der Klemme umgesetzte Leistung in diesem Fall?

Lösung: (1) Um den Wirkungsgrad der Spannungsquelle zu maximieren, darf möglichst wenig Leistung am Innenwiderstand umgesetzt werden. Die Last R muss also möglichst groß sein gegenüber R_0. Der größte einstellbare Wert für R ist $R \rightarrow \infty$ (Leerlauf).

(2) Für $R \rightarrow \infty$ berechnet sich die Leistung an der Klemme zu: $P_1 = u_1 i_1 = 0$.

Der Wirkungsgrad stellt den Nutzen ins Verhältnis zum Aufwand. Hier ist der Nutzen Null, der Aufwand jedoch ebenfalls Null.

Frage 4.4 (4 Punkte): Berechnen Sie $u_1(R)$ und $i_1(R)$ in Abhängigkeit von R. Gegeben sind u_0 und R_0.

Lösung: (1) $u_1(R) = u_0 R/(R_0+R) = u_0 /(1 + R_0/R)$ (Spannungsteiler)

(2) $i_1(R) = u_0/(R_0+R)$.

Frage 4.5 (4 Punkte): Berechnen Sie die Leistung an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von R.

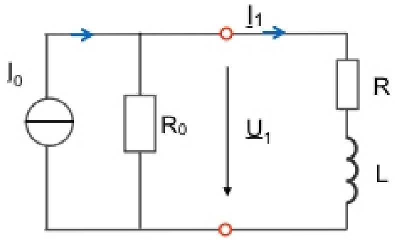
Lösung: $P_1 = u_1 i_1 = u_0^2 R/(R_0 + R)^2$

Frage 4.6 (4 Punkte): Berechnen Sie den Wirkungsgrad in Abhängigkeit von R.

Lösung: $\eta = P_1/ P_0$; Die Leistung insgesamt beträgt $P_0 = u_0 i_1$. Die Leistung an R beträgt $P_1 = u_1 i_1$. Somit ergibt sich als Wirkungsgrad: $\eta = P_1/P_0 = u_1/u_0 = R/(R_0 + R)$.

Aufgabe 5: Ohmsch-induktive Last (16 Punkte)

Folgende Schaltung zeigt eine Last mit ohmschen Anteil (R) und induktivem Anteil (L) an einer Stromquelle mit Leerlaufstrom $\underline{I}_0$ und Innenwiderstand R_0.



Frage 5.1 (2 Punkte): Berechnen Sie die Impedanz $\underline{Z}_1 = \underline{U}_1/\underline{I}_1$.

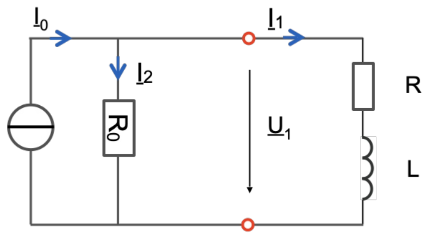
Lösung: $\underline{Z}_1 = R + j\omega L$

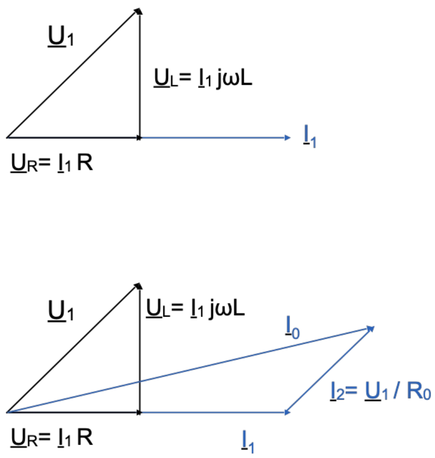
Frage 5.2 (2 Punkte): Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für $\underline{U}_1$ und $\underline{I}_1$.

Lösung: $\underline{Z}_1\, \underline{I}_1 = \underline{U}_1$. In der Serienschaltung beginnt man mit dem Strompfeil $\underline{I}_1$ und fügt dann die Spannungen hinzu, siehe Abbildung unter Frage 2.3.

Frage 5.3 (2 Punkte): Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für alle Ströme und Spannungen der Schaltung. Hinweis: Verwenden Sie das Ergebnis von Frage 5.2.

Lösung: Das Diagramm aus Frage 2.2 wird um den Strom durch R_0 ergänzt, wie in folgender Abbildung gezeigt. Dieser Strom folgt der Spannung $\underline{U}_1$.





Frage 5.4 (4 Punkte): Berechnen Sie Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie die Effektivwerte der Spannungen und Ströme.

Lösung: (1) $\underline{S}_1 = \underline{U}_1\, \underline{I}_1^* = \underline{Z}_1\, \underline{I}_1\, \underline{I}_1^* = I_1^2\,(R + j\omega L) = P + jQ$

(2) Wirkleistung: $P = I_1^2\, R$;

(3) Blindleistung: $Q = I_1^2\, \omega L$

Den Betrag I_1 von $\underline{I}_1$ erhält man aus $\underline{I}_1 = \underline{U}_1/\underline{Z}_1 = (\underline{I}_0\, R_0 // \underline{Z}_1) / \underline{Z}_1 = \underline{I}_0\, R_0/(R_0 + \underline{Z}_1) = \underline{I}_0\, R_0/(R_0 + R + j\omega L)$.

Frage 5.5 (2 Punkte): Berechnen Sie den Leistungsfaktor $\cos(\phi)$ an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie hierzu das Zeigerdiagramm aus Frage 5.2.

Lösung: Es gilt $\tan(\varphi) = \omega L/R$. Hieraus folgen φ und somit $\cos(\varphi)$. Hinweis: Der Winkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ zeigt als Phasendifferenz vom Strom zur Spannung.

Frage 2.6 (4 Punkte): Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ und den Klemmenstrom $\underline{I}_1$? Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Wirkleistung an der Klemme? Hinweis: Schätzen Sie den Einfluss zunächst mit Hilfe der extremen Fälle L = 0 und $L \to \infty$ ab. Betrachten Sie außerdem als Näherung $R_0 >> R$.

Lösung: siehe Impedanz aus Frage 2.1 bzw. Zeigerdiagramm zu Frage 2.3.

Extreme Fälle:

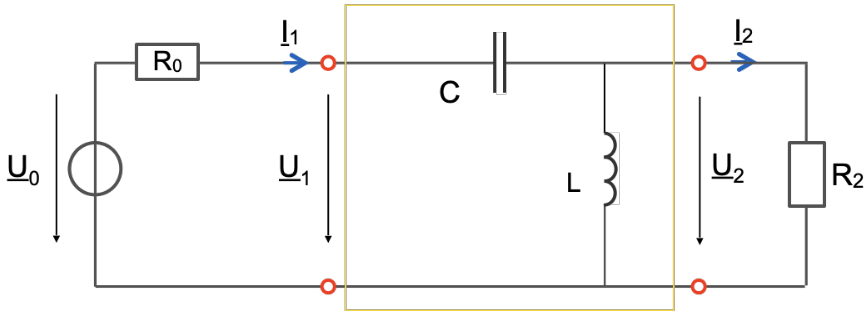
(1) L = 0: $I_1 = U_1/R$; $U_1 = I_0 R_0R/(R_0 + R)$; $P = U_1 I_1 = U_1^2 / R = I^2_0 R^2_0R/(R_0 + R)^2$

(2) $L \to \infty$: Offene Klemme, $I_1 = 0$, $\underline{U}_1 = \underline{I}_0 R_0$. Keine Wirkleistung an der Klemme (P=0).

(3) Näherung $R_0 >> R$: Der Strom $\underline{I}_1$ kann unmittelbar durch $\underline{I}_0$ ersetzt werden.

Aufgabe 6: Zweitor (24 Punkte)

Folgende Abbildung zeigt ein LC-Glied, das zwischen den Klemmen der Quelle $\underline{U}_0$ mit Innenwiderstand R_0 und dem Lastwiderstand R_2 betrieben wird. Gegeben sind $\underline{U}_0$, R_0, R_2, sowie L und C.



Frage 6.1 (4 Punkte): Berechnen Sie die Spannung $\underline{U}_2$ in Abhängigkeit von $\underline{U}_1$. Hinweis: Betrachten Sie L und C als hierzu als komplexe Impedanzen (bzw. Admittanzen).

Lösung: (1) L // R_2 => $\underline{Z}_2 = j\omega R_2 L / (R_2 + j\omega L) = \underline{A} / \underline{B}$

(2) Spannungsteiler: $\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \{\underline{Z}_2 / (1/j\omega C + \underline{Z}_2)\} = \underline{U}_1 \{\underline{A} / (\underline{B}/j\omega C + \underline{A})\}$

$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \{\omega^2 LC / (\omega^2 LC - 1 + j\omega L/R_2)\}$;

Frage 6.2 (4 Punkte): Plausibilität. Überprüfen Sie Ihre Berechnung auf Plausibilität, indem Sie für L bzw. für C die extremen Fälle L = 0 und $L \to \infty$ bzw. C = 0 und $C \to \infty$ annehmen.

Lösung: (1) L = 0: $\underline{U}_2 = 0$; Kurzschluss (unabhängig von C);

(2) $L \to \infty$: $\underline{U}_2 = R_2/(R_2 +1/j\omega C)$; $\underline{U}_2 = \underline{U}_1$ für große Werte von C (Koppelkondensator);

(3) für endliche Werte $L \neq 0$: C = 0: $\underline{U}_2 = 0$;

(4) für endliche Werte $L \neq 0$: $C \to \infty$: $\underline{U}_2 = \underline{U}_1$; Koppelkondensator, siehe oben;;

Frage 6.3 (4 Punkte): Übertragungsfunktion. Das Verhältnis der Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ zur Eingangsspannung $\underline{U}_1$ wird als komplexe Übertragungsfunktion des Zweitors definiert. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G} = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$. Welchen Wert besitzt die Übertragungsfunktion bei der Frequenz $\omega_r = 1/\sqrt{(LC)}$? Wovon hängt dieser Wert bei gegebenem L und gegebenen C ab?

Lösung: (1) $\underline{G} = \underline{U}_2 / \underline{U}_1 = \omega^2 LC / (\omega^2 LC - 1 + j\omega L/R_2)$;

(2) für $\omega_r = 1/\sqrt{(LC)}$: $\underline{G}(\omega_r) = \underline{U}_2 / \underline{U}_1 = R_2 / j\omega_r L$; bei gegebenem L abhängig von der Impedanz R_2.

Frage 6.4 (4 Punkte): Vereinfachte Übertragungsfunktion. Es sei angenommen, dass der Lastwiderstand $R_2 >> R$ ist (d.h. an Klemme 2 ist eine hochohmige Schaltung angeschlossen). Welche Vereinfachung ergibt sich hierdurch für die Übertragungsfunktion?

Lösung: $\underline{G} = \omega^2 LC / (\omega^2 LC - 1)$;

Frage 6.5 (4 Punkte): Frequenzabhängigkeit der vereinfachten Übertragungsfunktion. Die Übertragungsfunktion ist abhängig von der Frequenz, mit der die Schaltung betrieben wird. Stellen Sie die Abhängigkeit der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$ in Abhängigkeit der Frequenz nach Betrag und Phase dar. Wie lässt sich das Verhalten abhängig von der Frequenz charakterisieren? Hinweis: Verwenden Sie die vereinfachte Übertragungsfunktion ($R_2 >> R_0$). Überprüfen Sie Ihr Ergebnis auf Plausibilität mit Hilfe der Spezialfälle $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$. Eine qualitative Skizze genügt.

Lösung: siehe Musterlösungen zur vorausgegangenen Klausur;

Betrag bzw. Amplitudengang: Hochpassverhalten:

(1) $\underline{U}_2 / \underline{U}_1 \approx - \omega^2 LC = - (\omega/\omega_r)^2$ für $\omega << \omega_r$; d.h. sehr kleine, negative Werte;

(2) $\underline{U}_2 / \underline{U}_1 \approx 1$ für $\omega >> \omega_r$;

Phasengang: Bis zum Resonanzpunkt = -180 (Vorzeichenumkehr). Im Resonanzpunkt springt die Phase auf 0 Grad (wegen Vorzeichenwechsel im Nenner).

Rolle der Lastimpedanz R_2: Dämpfung im Resonanzpunkt. Hier wäre die Phase im gedämpften Resonanzpunkt dann -90 Grad.

Frage 6.6 (4 Punkte): Abhängigkeit des Frequenzganges von L und C, sowie von R_2. Welche Rolle spielen die Werte von L und C im Frequenzgang der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$? Welche Rolle spielt die Lastimpedanz R_2 im Frequenzgang? Hinweis: verwenden Sie für Ihre Argumentation sowohl die vereinfachte Übertragungsfunktion, als auch die Übertragungsfunktion ohne die Vereinfachung.

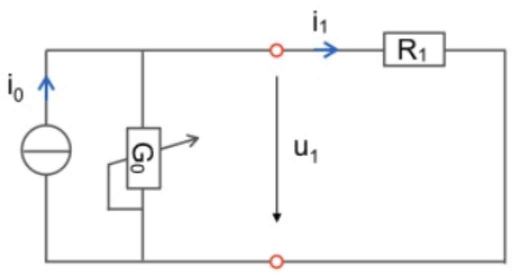
Lösung: (1) Durch L und C wird die Resonanzfrequenz $\omega_r = 1/\sqrt{(LC)}$ festgelegt. Bis zu dieser Frequenz verläuft die Übertragungsfunktion steigend vom Startpunkt 0 (ggf. mit einer Überhöhung um den Resonanzpunkt).

(2) Ab dieser Frequenz stabilisiert sich die Übertragungsfunktion auf den Wert 1. In diesem Sinne stellt die Resonanzfrequenz eine Grenzfrequenz dar.

(3) Durch die Lastimpedanz R_2 wird der Resonanzpunkt bedämpft (siehe Frage 6.5).

Aufgabe 7: Widerstandsnetzwerk (24 Punkte)

Eine Stromquelle mit Kurzschlussstrom i_0 und variablen Leitwert G_0 ist an den Lastwiderstände R_1 angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Gegeben sind i_0 und R_1.



Frage 7.1 (4 Punkte): Skizzieren Sie qualitativ $u_1(G_0)$ und $i_1(G_0)$, d.h. Klemmenspannung und Klemmenstrom in Abhängigkeit von G_0. Variieren Sie hierbei G_0 im Bereich $G_0 = 0$ bis $G_0 \to \infty$.

Lösung: Es ergeben sich: (1) $G_0 \to \infty$: Kurzschluss, $u_1 = 0$ und $i_1 = 0$.

(2) $G_0 = 0$: $i_1 = i_0$; $u_1 = i_0 R_1$;

Frage 7.2 (4 Punkte): Wie groß mus G_0 gewählt werden, damit die Spannungsquelle ihre maximale Leistung abgibt? Wie groß ist die abgegebene Leistung in diesem Fall? Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Lösung: (1) Last und Innenleitwert müssen gleich sein, also $G_0 = 1/R_1$. Diese Bedingung lässt sich durch Einstellen an G_0 erfüllen. (2) Die abgegebene Leistung entspricht dann der halben Leistung der Quelle, d.h. $P_2 = i_0^2/(4G_0) = i_0^2 R_1/4$. (3) Der Wirkungsgrad beträgt dann 50%.

Frage 7.3 (4 Punkte): Wie groß mus G_0 gewählt werden, damit der Wirkungsgrad maximal wird? Wie groß ist die an der Klemme umgesetzte Leistung in diesem Fall?

Lösung: Zur Vereinfachung der Schreibweise sei $G_1 = 1/R_1$.

(1) Um den Wirkungsgrad einer Stromquelle zu maximieren, darf möglichst wenig Leistung am Innenleitwert umgesetzt werden. Der Leitwert G_1 muss also möglichst groß sein gegenüber G_0. Der kleinste für G_0 einstellbare Wert ist $G_0 = 0$.

(2) Für $G_0=0$ berechnet sich die Leistung an der Klemme zu: $P_1 = u_1 i_1 = i_0^2 R_1$.

Frage 7.4 (4 Punkte): Berechnen Sie $u_1(G_0)$ und $i_1(G_0)$ in Abhängigkeit von G_0. Gegeben sind u_0 und R_1. Hinweis: Zur Vereinfachung der Schreibweise verwenden Sie das Kürzel $G_1 = 1/R_1$.

Lösung: (1) $u_1(G_0) = i_0 /(G_0+G_1) = i_0 /(G_0+ 1/R_1)$

(2) $i_1(G_0) = u_1 G_1 = i_0 \ G_1 / (G_0 + G_1) = i_0 / (G_0/G_1 + 1) = i_0 / (G_0 R_1 + 1)$.

Frage 7.5 (4 Punkte): Berechnen Sie die Leistung an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von G_0.

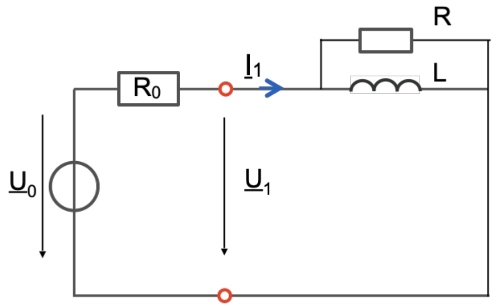
Lösung: $P_1 = u_1 i_1 = i_0^2 G_1 / (G_0 + G_1)^2$ mit $G_1 = 1/R_1$.

Frage 7.6 (4 Punkte): Berechnen Sie den Wirkungsgrad in Abhängigkeit von R.

Lösung: $\eta = P_1/ P_0$; Die Leistung insgesamt beträgt $P_0 = u_1 i_0 = i_0^2 /(G_0+G_1)$. Somit ergibt sich als Wirkungsgrad: $\eta = G_1 / (G_0 + G_1)$ mit $G'_1 = 1/R_1$. Durch Einsetzen erhält man $\eta = 1 / (R_1 G_0 + 1)$.

Aufgabe 8: Ohmsch-induktive Last (16 Punkte)

Folgende Schaltung zeigt eine Last mit ohmschen Anteil (R) und induktivem Anteil (L) an einer Quelle mit Leerlaufspannung $\underline{U}_0$ und Innenwiderstand R_0.



Frage 8.1 (2 Punkte): Berechnen Sie die Admittanz $\underline{Y}_1 = \underline{I}_1/\underline{U}_1$.

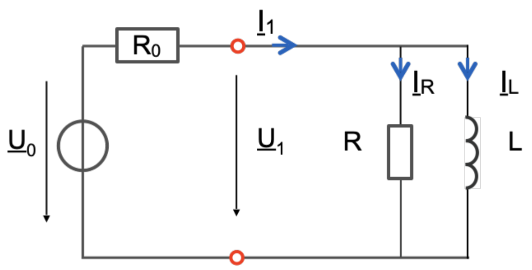
Lösung: $\underline{Y}_1 = 1/R + 1/j\omega L = 1/R - j/\omega L$

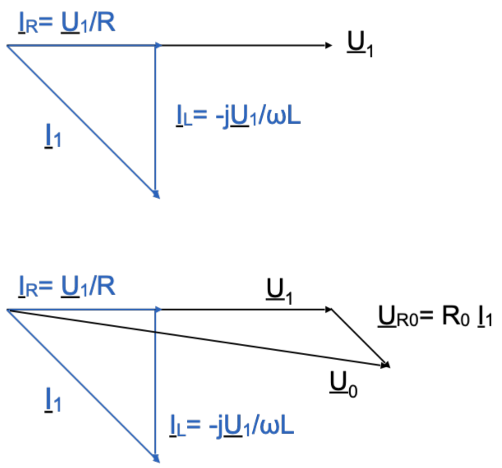
Frage 8.2 (2 Punkte): Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für $\underline{U}_1$ und $\underline{I}_1$.

Lösung: $\underline{Y}_1\ \underline{U}_1 = \underline{I}_1$. In Parallelschaltung beginnt man mit dem Spannungspfeil $\underline{U}_1$ und fügt dann die Ströme hinzu, siehe Abbildung unter Frage 2.3.

Frage 8.3 (2 Punkte): Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für alle Ströme und Spannungen der Schaltung. Hinweis: Verwenden Sie das Ergebnis von Frage 8.2.

Lösung: Das Diagramm aus Frage 2.2 wird um den Spannungsabfall über R_0 ergänzt, wie in folgender Abbildung gezeigt.





Frage 8.4 (4 Punkte): Berechnen Sie Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie die Effektivwerte der Spannungen und Ströme.

Lösung: (1) $\underline{S}_1 = \underline{U}_1\ \underline{I}_1^* = \underline{U}_1\ \underline{U}_1^*\ \underline{Y}_1^* = U_1^2\ (1/R + j/\omega L) = P + jQ$

(2) Wirkleistung: $P = U_1^2/R$;

(3) Blindleistung: $Q = U_1^2/\omega L$

Den Betrag U_1 von $\underline{U}_1$ erhält man aus dem Spannungsteiler $\underline{U}_1 = \underline{U}_0\ \underline{Z}_1/(R_0 + \underline{Z}_1)$.= $\underline{U}_0\ 1/(1 + R_0\,\underline{Y}_1) = \underline{U}_0\ /(1 + R_0/R - j\ R_0/\omega L)$.

Frage 8.5 (2 Punkte): Berechnen Sie den Leistungsfaktor cos(ϕ) an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie hierzu das Zeigerdiagramm aus Frage 8.2.

Lösung: Es gilt tan(φ) = R/ωL. Hieraus folgen φ und somit cos(φ). Hinweis: Der Winkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ zeigt als Phasendifferenz vom Strom zur Spannung.

Frage 8.6 (4 Punkte): Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ und den Klemmenstrom $\underline{I}_1$? Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Wirkleistung an der Klemme? Hinweis: Schätzen Sie den Einfluss zunächst mit Hilfe der extremen Fälle L = 0 und L → ∞ ab. Betrachten Sie außerdem als Näherung $R_0 << R$.

Lösung: siehe Admittanz aus Frage 2.1 bzw. Zeigerdiagramm zu Frage 8.3.

Extreme Fälle:

(1) L = 0: Kurzschluss, $U_1 = 0$, $\underline{I}_1 = \underline{U}_0/R_0$. Keine Wirkleistung an der Klemme (P=0).

(2) L → ∞: Einfache Serienschaltung aus R_0 und R. $\underline{U}_1 = \underline{U}_0(R/R_0+R)$, $\underline{I}_1 = \underline{U}_0/(R_0+R)$. $P = U_0^2 R/(R_0+R)^2$.

Näherung $R_0 << R$: Die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ kann unmittelbar durch $\underline{U}_0$ ersetzt werden.