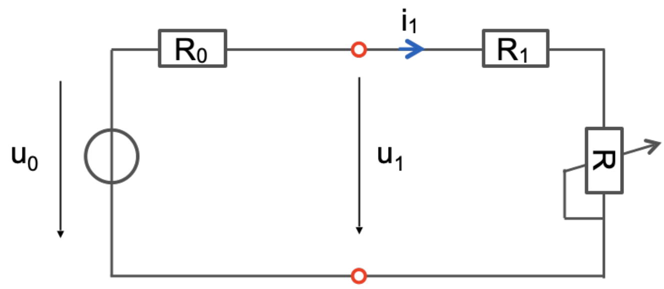
## Aufgabe 1: Widerstandsnetzwerk

Eine Spannungsquelle mit Leerlaufspannung $u_0$ und Innenwiderstand $R_0$ ist an zwei Lastwiderstände $R_1$ und R angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Hierbei ist R variabel.




Frage 1.1: Skizzieren Sie qualitativ $u_1(R)$ und $i_1(R)$, d.h. Klemmenspannung und Klemmenstrom in Abhängigkeit von R. Variieren Sie hierbei R im Bereich R = 0 bis $R \rightarrow \infty$.

Frage 1.2: Wie groß mus R gewählt werden, damit die Spannungsquelle ihre maximale Leistung abgibt? Wie groß ist die abgegebene Leistung in diesem Fall? Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Frage 1.3: Wie groß mus R gewählt werden, damit der Wirkungsgrad maximal wird? Wie groß ist die an der Klemme umgesetzte Leistung in diesem Fall?

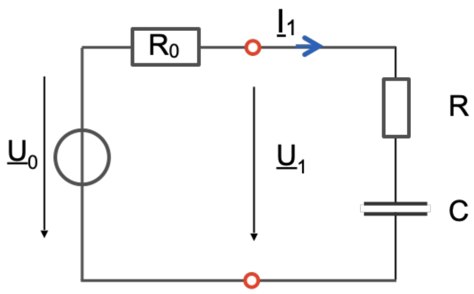
Frage 1.4: Berechnen Sie $u_1(R)$ und $i_1(R)$ in Abhängigkeit von R. Gegeben sind $u_0$, $R_0$ und $R_1$.

Frage 1.5: Berechnen Sie die Leistung an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von R.

Frage 1.6: Berechnen Sie den Wirkungsgrad in Abhängigkeit von R.

## Aufgabe 2: Ohmsch-kapazitive Last

Folgende Schaltung zeigt eine Last mit ohmschen Anteil (R) und kapazitivem Anteil (C) an einer Quelle mit Leerlaufspannung $\underline{U}_0$ und Innenwiderstand $R_0$.




Frage 2.1: Berechnen Sie die Impedanz $\underline{Z}_1 = \underline{U}_1/\underline{I}_1$.

Frage 2.2: Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für $\underline{U}_1$ und $\underline{I}_1$.

Frage 2.3: Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für alle Ströme und Spannungen der Schaltung.

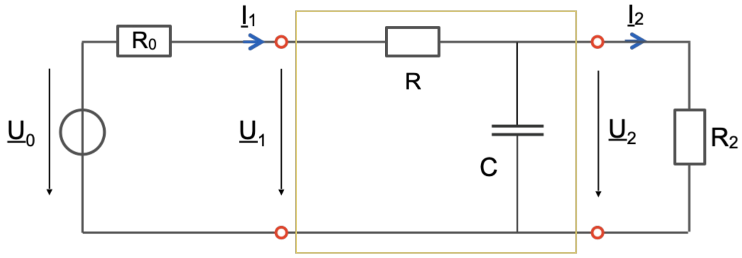
Frage 2.4: Berechnen Sie Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung an der Klemme.

Frage 2.5: Berechnen Sie den Leistungsfaktor $\cos(\phi)$.

Frage 2.6: Welchen Einfluss hat die Kapazität C auf die Klemmenspannung und den Klemmenstrom? Welchen Einfluss hat die Kapazität C auf die Wirkleistung an der Klemme? Hinweis: Schätzen Sie den Einfluss zunächst mit Hilfe der extremen Fälle C = 0 und $C \rightarrow \infty$ ab. Betrachten Sie außerdem als Näherung $R_0 << R$.

## Aufgabe 3: Zweitor

Folgende Abbildung zeigt ein RC-Glied, das zwischen den Klemmen der Quelle $\underline{U}_0$ mit Innenwiderstand $R_0$ und dem Lastwiderstand $R_2$ betrieben wird. Gegeben sind $\underline{U}_0$, $R_0$, $R_2$, sowie R und C.




Frage 3.1: Berechnen Sie die Spannung $\underline{U}_2$ in Abhängigkeit von $\underline{U}_1$. Hinweis: Betrachten Sie C als hierzu als komplexe Impedanz.

Frage 3.2: Plausibilität. Überprüfen Sie Ihre Berechnung auf Plausibilität, indem Sie für C die extremen Fälle C = 0 und C → ∞ annehmen.

Frage 3.3: Übertragungsfunktion. Das Verhältnis der Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ zur Eingangsspannung $\underline{U}_1$ wird als komplexe Übertragungsfunktion des Zweitors definiert. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G} = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$.

Frage 3.4: Vereinfachte Übertragungsfunktion. Es sei angenommen, dass der Lastwiderstand $R_2 >> R$ ist (d.h. an Klemme 2 ist eine hochohmige Schaltung angeschlossen). Welche Vereinfachung ergibt sich hierdurch für die Übertragungsfunktion?

Frage 3.5: Frequenzabhängigkeit. Die Übertragungsfunktion ist abhängig von der Frequenz, mit der die Schaltung betrieben wird. Stellen Sie die Abhängigkeit der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$ in Abhängigkeit der Frequenz nach Betrag und Phase dar. Wie lässt sich das Verhalten abhängig von der Frequenz charakterisieren? Hinweis: Verwenden Sie die vereinfachte Übertragungsfunktion ($R_2 >> R$). Überprüfen Sie Ihr Ergebnis auf Plausibilität mit Hilfe der Spezialfälle ω = 0 und ω → ∞. Eine qualitative Skizze genügt.

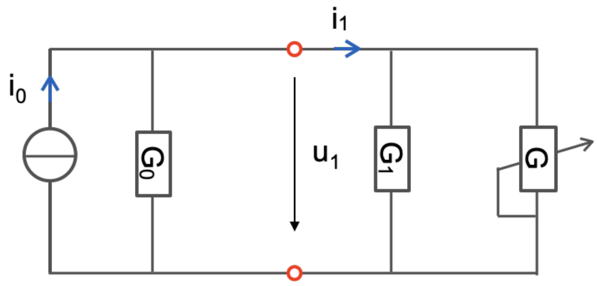
Frage 3.6: Abhängigkeit des Frequenzganges von R und C. Welche Rolle spielen die Werte von R und C im Frequenzgang der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$?

Frage 3.7: Grenzfrequenz. Auf welchen Wert hat sich der Betrag der Übertragungsfunktion $|\underline{G}(\omega)|$ bei der Frequenz $\omega_g = 1/RC$ reduziert? Welche Steigung besitzt der Betrag der Übertragungsfunktion im Bereich $\omega > \omega_g$ näherungsweise?

Frage 3.8: Signalpegel und Leistung. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ an der Klemme 2 und der Leistung $P_2$ an dieser Klemme? Auf welchen Wert hat sich der Betrag der Leistung an Klemme 2 bei der Frequenz $\omega_g = 1/RC$ reduziert?

# Aufgabe 4: Widerstandsnetzwerk

Eine Stromquelle mit Kurzschlussstrom $i_0$ und Leitwert $G_0$ ist an zwei Lastwiderstände mit den Leitwerten $G_1$ und G angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Hierbei ist G variabel. Gegeben sind $i_0$, $G_0$ und $G_1$.




Frage 4.1: Skizzieren Sie qualitativ $u_1(G)$ und $i_1(G)$, d.h. Klemmenspannung und Klemmenstrom in Abhängigkeit von G. Variieren Sie hierbei G im Bereich G = 0 bis $G \rightarrow \infty$.

Frage 4.2: Wie groß mus G gewählt werden, damit die Stromquelle ihre maximale Leistung abgibt? Wie groß ist die abgegebene Leistung in diesem Fall? Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Frage 4.3: Wie groß mus G gewählt werden, damit der Wirkungsgrad maximal wird? Wie groß ist die an der Klemme umgesetzte Leistung in diesem Fall?

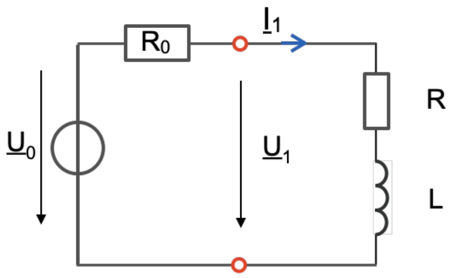
Frage 4.4: Berechnen Sie $u_1(G)$ und $i_1(G)$ in Abhängigkeit von G. Gegeben sind $i_0$, $G_0$ und $G_1$. Hinweis: Führen Sie zur Vereinfachung der Schreibweise das Kürzel $G'_1 = (G_1 + G)$ ein.

Frage 4.5: Berechnen Sie die Leistung an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von G.

Frage 4.6: Berechnen Sie den Wirkungsgrad an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von G.

## Aufgabe 5: Ohmsch-induktive Last

Folgende Schaltung zeigt eine Last mit ohmschen Anteil (R) und induktivem Anteil (L) an einer Quelle mit Leerlaufspannung $\underline{U}_0$ und Innenwiderstand $R_0$.




Frage 5.1: Berechnen Sie die Impedanz $\underline{Z}_1 = \underline{U}_1/\underline{I}_1$.

Frage 5.2: Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für $\underline{U}_1$ und $\underline{I}_1$.

Frage 5.3: Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für alle Ströme und Spannungen der Schaltung. Hinweis: Verwenden Sie das Ergebnis von Frage 2.2.

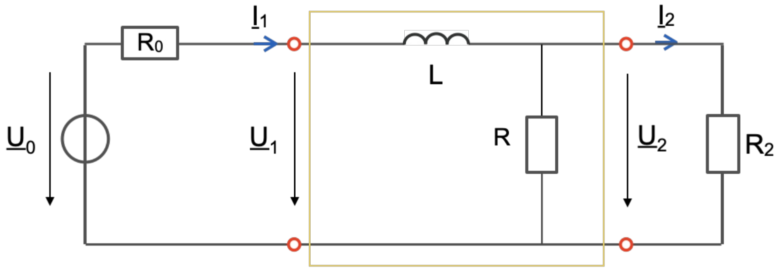
Frage 5.4: Berechnen Sie Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie die Effektivwerte der Spannungen und Ströme.

Frage 5.5: Berechnen Sie den Leistungsfaktor cos(φ) an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie hierzu das Zeigerdiagramm aus Frage 2.2.

Frage 5.6: Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ und den Klemmenstrom $\underline{I}_1$? Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Wirkleistung an der Klemme? Hinweis: Schätzen Sie den Einfluss zunächst mit Hilfe der extremen Fälle L = 0 und $L \rightarrow \infty$ ab. Betrachten Sie außerdem als Näherung $R_0 \ll R$.

## Aufgabe 6: Zweitor

Folgende Abbildung zeigt ein LR-Glied, das zwischen den Klemmen der Quelle $\underline{U}_0$ mit Innenwiderstand $R_0$ und dem Lastwiderstand $R_2$ betrieben wird. Gegeben sind $\underline{U}_0$, $R_0$, $R_2$, sowie R und L.




Frage 6.1: Berechnen Sie die Spannung $\underline{U}_2$ in Abhängigkeit von $\underline{U}_1$. Hinweis: Betrachten Sie L als hierzu als komplexe Impedanz.

Frage 6.2: Plausibilität. Überprüfen Sie Ihre Berechnung auf Plausibilität, indem Sie für C die extremen Fälle C = 0 und C → ∞ annehmen.

Frage 6.3: Übertragungsfunktion. Das Verhältnis der Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ zur Eingangsspannung $\underline{U}_1$ wird als komplexe Übertragungsfunktion des Zweitors definiert. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G} = \underline{U}_2 / \underline{U}_1$.

Frage 6.4: Vereinfachte Übertragungsfunktion. Es sei angenommen, dass der Lastwiderstand $R_2 >> R$ ist (d.h. an Klemme 2 ist eine hochohmige Schaltung angeschlossen). Welche Vereinfachung ergibt sich hierdurch für die Übertragungsfunktion?

Frage 6.5: Frequenzabhängigkeit. Die Übertragungsfunktion ist abhängig von der Frequenz, mit der die Schaltung betrieben wird. Stellen Sie die Abhängigkeit der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$ in Abhängigkeit der Frequenz nach Betrag und Phase dar. Wie lässt sich das Verhalten abhängig von der Frequenz charakterisieren? Hinweis: Verwenden Sie die vereinfachte Übertragungsfunktion ($R_2 >> R$). Überprüfen Sie Ihr Ergebnis auf Plausibilität mit Hilfe der Spezialfälle $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$. Eine qualitative Skizze genügt.

Frage 6.6: Abhängigkeit des Frequenzganges von R und L. Welche Rolle spielen die Werte von R und L im Frequenzgang der Übertragungsfunktion $\underline{G}(\omega)$?

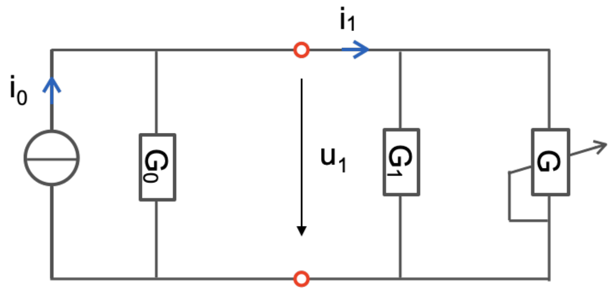
Frage 6.7: Grenzfrequenz. Auf welchen Wert hat sich der Betrag der Übertragungsfunktion $|\underline{G}(\omega)|$ bei der Frequenz $\omega_g = R/L$ reduziert?

Frage 6.8: Signalpegel und Leistung. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Ausgangsspannung $\underline{U}_2$ an der Klemme 2 und der Leistung $P_2$ an dieser Klemme? Auf welchen Wert hat sich der Betrag der Leistung an Klemme 2 bei der Frequenz $\omega_g$ reduziert?

# Musterlösungen

## Aufgabe 4: Widerstandsnetzwerk

Eine Stromquelle mit Kurzschlussstrom $i_0$ und Leitwert $G_0$ ist an zwei Lastwiderstände mit den Leitwerten $G_1$ und G angeschlossen, wie in folgender Abbildung gezeigt. Hierbei ist G variabel. Gegeben sind $i_0$, $G_0$ und $G_1$.




Frage 4.1: Skizzieren Sie qualitativ $u_1(G)$ und $i_1(G)$, d.h. Klemmenspannung und Klemmenstrom in Abhängigkeit von G. Variieren Sie hierbei G im Bereich G = 0 bis $G \rightarrow \infty$.

Lösung: (1) Für $G \rightarrow \infty$ fließt der Kurzschlussstrom $i_0$. Die Klemmenspannung $u_1 = 0$.

(2) Für $G \rightarrow 0$ (Leerlauf) ergibt sich ein endlicher Wert für $i_1$ und für $u_1$. Ist $G_1$ größer als $G_0$, so bestimmt $G_1$ den Klemmenstrom und die Klemmenspannung. Berechnung: Es gilt $i_0 = (G_0 + G_1)\, u_1$, woraus $u_1$ folgt. Hieraus ergibt sich dann der Klemmenstrom $i_1 = u_1\, G_1$.

Frage 4.2: Wie groß mus G gewählt werden, damit die Stromquelle ihre maximale Leistung abgibt? Wie groß ist die abgegebene Leistung in diesem Fall? Wie groß ist der Wirkungsgrad?

Lösung: (1) Für eine maximale Leistungsausbeute muss $(G_1 + G) = G_0$ betragen. Sofern $G_1 < G_0$ ist, lässt sich G entsprechend einstellen. (2) Die abgegebene Leistung beträgt $P_2 = i_0^2/(4G_0)$. (3) Der Wirkungsgrad beträgt dann 50%.

Frage 4.3: Wie groß mus G gewählt werden, damit der Wirkungsgrad maximal wird? Wie groß ist die an der Klemme umgesetzte Leistung in diesem Fall?

Lösung: (1) Im Kurzschlussfall ($G \rightarrow \infty$) ist der Wirkungsgrad optimal. (2) An der Klemme wird dann keine Leistung umgesetzt (am Leitwert $G_0$ ebenfalls nicht).

Frage 4.4: Berechnen Sie $u_1(G)$ und $i_1(G)$ in Abhängigkeit von G. Gegeben sind $i_0$, $G_0$ und $G_1$.

Lösung: (1) Aus $i_0 = (G_0 + G_1 + G)\, u_1$ folgt $u_1(G) = i_0 /(G_0 + G_1 + G)$.

(2) Den Klemmenstrom $i_1$ erhält man aus $u_1$: $i_1(G) = (G_1 + G)\, u_1 = i_0\, (G_1 + G) / (G_0 + G_1 + G)$.

Frage 4.5: Berechnen Sie die Leistung an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von G.

Lösung: $P_1 = u_1^2\, (G_1 + G)$. Durch Einsetzen der Klemmenspannung aus Frage 1.4 erhält man:

$P_1(G) = i_0^2\, (G_1 + G) / (G_0 + G_1 + G)^2$.

Diese Leistung wird maximal für $G_1 + G = G_0$.

Frage 4.6: Berechnen Sie den Wirkungsgrad an der Anschlussklemme in Abhängigkeit von G.

Lösung: Die von der Quelle insgesamt umgesetzte Leistung beträgt $P_o = u_1^2\, (G_0 + G_1 + G)$.

Der Wirkungsgrad berechnet sich aus dem Verhältnis $\eta = P_1 / P_0 = (G_1 + G) / (G_0 + G_1 + G)$.

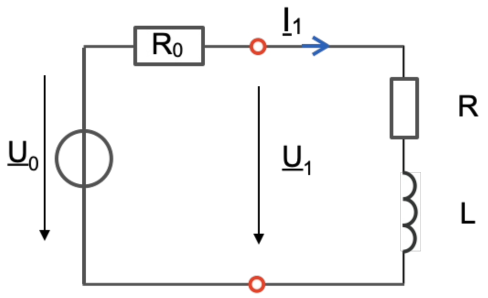
(1) Den besten Wirkungsgrad erzielt man somit im Kurzschlussfall ($G \rightarrow \infty$).

(2) Für G = 0 berechnet sich $\eta = G_1 \;/ (G_0 + G_1)$.

(3) Für $G_0 = (G_1 + G)$ beträgt der Wirkungsgrad somit 50%.

# Aufgabe 5: Ohmsch-induktive Last

Folgende Schaltung zeigt eine Last mit ohmschen Anteil (R) und induktivem Anteil (L) an einer Quelle mit Leerlaufspannung $\underline{U}_0$ und Innenwiderstand $R_0$.




Frage 5.1: Berechnen Sie die Impedanz $\underline{Z}_1 = \underline{U}_1/\underline{I}_1$.

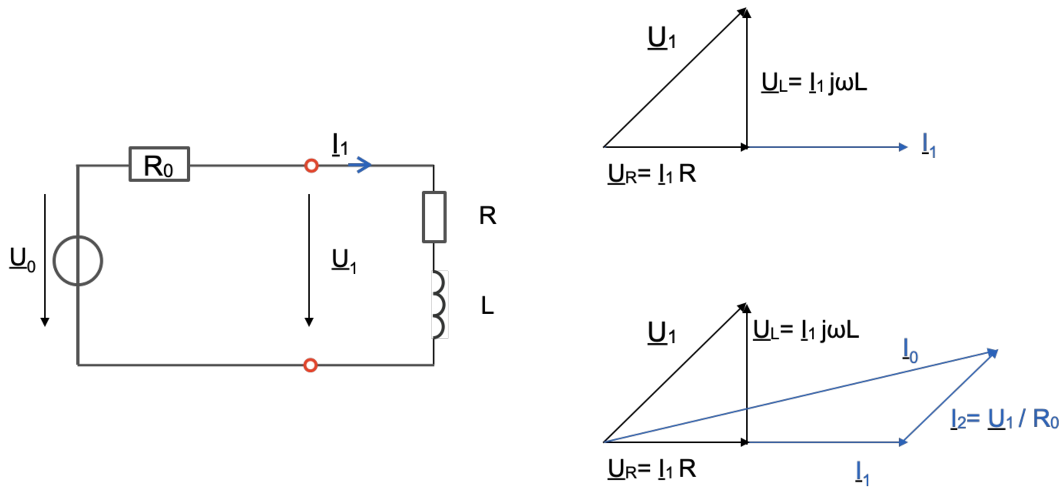
Lösung: $\underline{Z}_1 = R + j\omega L$

Frage 5.2: Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für $\underline{U}_1$ und $\underline{I}_1$.

Lösung: $\underline{Z}_1 \; \underline{I}_1 = \underline{U}_1$. In Parallelschaltung beginnt man mit dem Strompfeil $\underline{I}_1$ und fügt dann die Spannungen hinzu, siehe Abbildung unter Frage 2.3.

Frage 5.3: Erstellen Sie ein Zeigerdiagramm für alle Ströme und Spannungen der Schaltung. Hinweis: Verwenden Sie das Ergebnis von Frage 3.3.2.

Lösung: Das Diagramm aus Frage 2.2 wird um den Spannungsabfall über $R_0$ ergänzt, der in Richtung von $I_1$ erfolgt, wie in folgender Abbildung gezeigt.




Frage 5.4: Berechnen Sie Scheinleistung, Wirkleistung und Blindleistung an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie die Effektivwerte der Spannungen und Ströme.

Lösung: (1) $\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \; \underline{I}_1{}^* = \underline{I}_1 \; \underline{I}_1{}^* \; \underline{Z}_1{}^* = I_1{}^2 \; (R + j\omega L) = P + jQ$

(2) Wirkleistung: $P = I_1{}^2 R$;

(3) Blindleistung: $Q = I_1{}^2 \, \omega L$

Den Betrag $I_1$ von $\underline{I}_1$ erhält man aus der Maschenregel: $\underline{U}_0 = \underline{I}_1 (R_0 + R + j\omega L)$.

Frage 5.5: Berechnen Sie den Leistungsfaktor $\cos(\phi)$ an der Klemme. Hinweis: Verwenden Sie hierzu das Zeigerdiagramm aus Frage 3.3.2.

Lösung: Es gilt $\tan(\varphi) = \omega L/R$. Hieraus folgen $\varphi$ und somit $\cos(\varphi)$. Hinweis: Der Winkel $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ zeigt als Phasendifferenz vom Strom zur Spannung.

Frage 5.6: Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ und den Klemmenstrom $\underline{I}_1$? Welchen Einfluss hat die Induktivität L auf die Wirkleistung an der Klemme? Hinweis: Schätzen Sie den Einfluss zunächst mit Hilfe der extremen Fälle $L = 0$ und $L \to \infty$ ab. Betrachten Sie außerdem als Näherung $R_0 << R$.

Lösung: siehe Impedanz aus Frage 3.3.1 bzw. Zeigerdiagramm zu Frage 2.3.

Extreme Fälle:

(1) $L = 0$: Einfache Serienschaltung aus $R_0$ und R. $\underline{U}_1 = \underline{U}_0 R/(R_0+R)$, $\underline{I}_1 = \underline{U}_0/(R_0+R)$. $P = U_0^2 R/(R_0+R)^2$.

(2) $L \to \infty$: Offene Klemme, $I_1 = 0$, $\underline{U}_1 = \underline{U}_0$. Keine Wirkleistung an der Klemme (P=0).

Näherung $R_0 << R$: Die Klemmenspannung $\underline{U}_1$ kann unmittelbar durch $\underline{U}_0$ ersetzt werden.